Pre-Final Test Examination, 2021

H.S. Second Year

Sub : Methematics

Full Marks : 100 Time: 3 hours

(The figures in the margine indicate full marks for the questions.)

1) Answer the following questions: 1x12=12

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Find the value of $\frac{d}{dx}(a^x)$.

$\frac{d}{dx}(a^x)$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) Given, দিয়া আছে,

$A = [aij]$

$i = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots k$

$j = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots m$

Write the order of the matix A.

প্ৰদত্ত A মৌলকক্ষটোৰ মাত্ৰ লিখা।

(c) If $f(x) = e^{-mx}$, find $f''(0)$.

যদি $f(x) = e^{-mx}$ তেন্তে $f''(0)$ উলিওৱা।

(d) Write the range of the function $\tan^{-1} x$.

$\tan^{-1} x$ ফলনটোৰ পৰিসৰ উলিওৱা।

(e) Write the relation represented by the set $\{(1, 1), (-1, 1), (2, 4), (-2, 4)\}$.

সংহতি $\{(1, 1), (-1, 1), (2, 4), (-2, 4)\}$ ৰ দ্বাৰা বৰ্ণিত সম্বন্ধটো লিখা।

(f) Give an example of an equivalence relation.

সমতুল্যতা সম্বন্ধৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।

(g) When a function $f(x)$ is said to be continuous at a point $x = a$?

$f(x)$ ফলনটোক $x = a$ বিন্দুতে কেতিয়া নিৰবিচ্ছিন্ন বুলি কোৱা হয়?

(h) Write the value of $\int_0^\pi \sin x.dx$.

$\int_0^\pi \sin x.dx$ ৰ মান লিখা।

(i) Write the additive identity of the set, $M = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a, b, c, d \in R\}$.

সংহতি $M = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a, b, c, d \in R\}$ ৰ যোগাত্মক একক মৌলটো লিখা।

(j) Write the principal value of the function $\cos^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2})$.

$\cos^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2})$ ফলনটোৰ মূখ্য মান উলিওৱা।

(k) Find gof and fog, is $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$.

যদি $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ তেন্তে gof আৰু fog উলিওৱা।

(l) $A = [aij]_{m \times n}$ is square matix, if

$A = [aij]_{m \times n}$ এটা বৰ্গাকাৰ মৌলকক্ষ, যদি

(i) $m < n$, (ii) $m > n$, (iii) $m = n$

2. (a) Test the continuity of the function $f(x) = |x|$ at $x = 0$. 3

$f(x) = |x|$ ফলনটোৰ $x = 0$ বিন্দুত নিৰ্বিৰিচ্ছিন্নতাৰ পৰীক্ষা কৰা।

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ of any three : 3x3=9

যিকোনো তিনিটাৰ $\frac{dy}{dx}$ উলিওৱা :

(i) $y = e^{\sin^{-1} x}$

(ii) $\sec(\tan(\sqrt{x}))$

(iii) $x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$

(iv) $2x + 3y = \sin x$

(c) The volume of a cube is increasing at the rate of 8 $cm^3/_{se.}$. How fast is the surface area increasing when the lenght of an edge is 12 cm? 3

এটা ঘনকৰ আয়তনৰ বৃদ্ধিৰ হাৰ 8 ছে.মি.^{3}/ছে. যেতিয়া ঘনকটোৰ বাহুৰ দীঘ 12 ছে.মি. হ'ব, ইয়াৰ পৃষ্ঠকালি কি হাৰত বৃদ্ধি হ'ব?

(d) Find the interval in which the function $f(x) = 2x^2 - 3x$ is strictly increasing. 3

$f(x) = 2x^2 - 3x$ ফলনটো কি অন্তৰালত নিৰন্তৰ বৰ্ধমান উলিওৱা।

3. (a) Find the slop of the tangent to the curve $y = 3x^4 - 4x$ at $x = 4$. 3

$y = 3x^4 - 4x$ বক্ৰৰ $x = 4$ বিন্দুত টনা স্পৰ্শকৰ প্ৰৱণতা উলিওৱা।

(b) If $y = 5\cos x - 3\sin x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$. 4

যদি $y = 5\cos x - 3\sin x$ তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

4. (a) What is arbitrary constant in indefinite inteegral? If $\int f(x).dx = F(x) + c$, then what does if represent? 2+2=4

অনুকলনৰ স্বেচ্ছ ধ্ৰুৱক কি? যদি $\int f(x).dx = F(x) + c$ তেন্তে ই কি বুজায়?

(b) If $x = a\cos\theta,\ y = b\sin\theta$, then find $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right]_{\theta=\pi/2}$. 5

যদি $x = a\cos\theta,\ y = b\sin\theta$ তেন্তে $\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right]_{\theta=\pi/2}$ উলিওৱা।

5. Evaluate : (any three) 3x3=9

মান উলিওৱা ঃ (যিকোনো তিনিটা)

(a) $\int \sec x(\sec x + \tan x).dx$

(b) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$

(c) $\int \frac{x.dx}{(x^2+1)(x-1)}$

(d) $\int \frac{\cos x.dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

6. (a) Prove that, $\int \tan x.dx = \log|\sec x| + c$. 3

প্ৰমাণ কৰা যে, $\int \tan x.dx = \log|\sec x| + c$.

(b) Show that, $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x.dx}{1+x^2} = \frac{\pi^2}{3^2}$. 4

দেখুওৱা যে, $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x.dx}{1+x^2} = \frac{\pi^2}{3^2}$.

(c) Evaluate : (any two) 3x2=6

মান উলিওৱা ঃ (যিকোনো দুটা)

(i) $\int_1^2 \frac{5x^2}{x^2+4x+3}.dx$

(ii) $\int_0^1 \sin^{-1}(\frac{2x}{1+x^2}).dx$

(iii) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x.dx$

7. (a) If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, B = [1,3,-6]$ verify that $(AB)' = B'A'$. 2

যদি $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, B = [1,3,-6]$ প্ৰমাণ কৰা যে, $(AB)' = B'A'$.

(b) Find the simplest form of the function . 2

$$\tan^{-1}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$$

ওপৰৰ ফলনটোৰ সৰলকৃত আকৃতি লিখা।

(c) If $f: R \to R$ is defined by $f(x)=x^2-1$, find $f(f(x))$. 2

যদি $f: R \to R$ ফলনটো $f(x)=x^2-1$ ৰ দ্বাৰা সংগাবদ্ধ হয়, তেন্তে $f(f(x))$ উলিওৱা।

8. (a) Find minors and cofactors of the elements of the determinant. 4

ওপৰৰ নিৰ্ণয়াকটোৰ মৌলবোৰৰ অনুৰাশি আৰু সহৰাশি উলিওৱা।

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$$

(b) If, যদি $F(x)=\begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

show that, দেখুওৱা যে, $F(x).F(y)=F(x+y)$. 4

(c) Solve the system of equations by matrix method. 5

মৌলকক্ষ পদ্ধতিৰ দ্বাৰা তলত সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সমাধান উলিওৱা।

$$3x-2y+3z=8$$
$$2x+y-z=1$$
$$4x-3y+2z=4$$

(d) Express the matrix $B=\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew-symmetric matrix. 4

$B=\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষটোক দুটা মৌলকক্ষ (সমমিত আৰু বিষম সমমিত) ৰ যোগফল হিচাবে প্ৰকাশ কৰা।

9. (a) Find the maximum value of the fuction $2x^3 - 24x + 107$ in the interval $[1, 3]$ and $[-3, -1]$. 4

$2x^3 - 24x + 107$ ফলনটোৰ $[1, 3]$ আৰু $[-3, -1]$ অন্তৰালত গৰিষ্ঠমান উলিওৱা।

(b) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$, $-1 < x < 1$ Prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(1+x)^2}$. 4

যদি $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ য'ত $-1 < x < 1$ দেখুওৱা যে, $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(1+x)^2}$.

00000