

Total No. of Pages—32

36T MATH
(EN/AS/BN/BD)

2 0 2 6

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : 3 hours

120109

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

ALLOTMENT OF MARKS

Q. No. 1 (<i>a-m</i>) carries 1 mark each (any ten)	:	$1 \times 10 = 10$
Q. Nos. 2-13 carry 4 marks each	:	$4 \times 12 = 48$
Q. Nos. 14-20 carry 6 marks each	:	$6 \times 7 = 42$
		Total = 100

(2)

1. Answer the following as directed (any ten) : 1×10=10

তলত দিয়াবোৰৰ নিৰ্দেশানুসাৰে উত্তৰ দিয়া (যিকোনো দহটা) :

নিম্নলিখিতগুলিৰ নিৰ্দেশানুযায়ী উত্তৰ দাও (যে-কোনো দশটি) :

गाहायाव होनाय सोंथिफोरनि फिननाय हो (जायखिजाया मोनजि) :

(a) If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{1, 2, 3\}$, then find the total number of relations from the set A to B .

যদি $A = \{a, b, c\}$ আৰু $B = \{1, 2, 3\}$ হয়, তেন্তে A সংহতিৰ পৰা B লৈ হোৱা মুঠ সম্বন্ধৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $A = \{a, b, c\}$ এবং $B = \{1, 2, 3\}$ হয়, তাহলে A সংহতিৰ থেকে B পর্যন্ত মোট সম্বন্ধের সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰো।

जुदि $A = \{a, b, c\}$ आरो $B = \{1, 2, 3\}$, अब्ला A खोन्दोनिफ्राय B सिम जानाय गासै सोमोनदोनि अनजिमाखौ दिहुन।

(b) The value of $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ is

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ -ৰ মান

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ -এৰ মান

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ नि माना

(i) 0 (ii) -1 (iii) 1 (iv) 3

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/गेबै फिननायखौ सायख')

(c) What are the direction cosines of x -axis?

x -অক্ষডালৰ দিশাংকবোৰ কি কি?

x -অক্ষটিৰ দিশাংকগুলি কী কী?

x -बिथ'नि थों कसाइना मा?

(3)

(d) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$.

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ -অৰ মুখ্য মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ -এৰ মুখ্য মান নিৰ্ণয় কৰো।

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ নি গাহাই মানখৌ দিহুন।

(e) Let A be a square matrix of order 3×3 , and $\det A = 7$ ($|A| = 7$). Find the value of $\det(\text{adj } A)$.

ধৰা হ'ল A এটা 3×3 ঘাতৰ মৌলকক্ষ আৰু $\det A = 7$ ($|A| = 7$). $\det(\text{adj } A)$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

ধৰা হলো A একটি 3×3 ঘাতের মৌলকক্ষ এবং $\det A = 7$ ($|A| = 7$). $\det(\text{adj } A)$ -এর মান নিৰ্ণয় কৰো।

জুদি A আ 3×3 নি বৰ্গ থোঁসাজায় আরো $\det A = 7$ ($|A| = 7$), अब्ला $\det(\text{adj } A)$ नि मानखौ दिहून।

(f) The function $f(x) = |x - a|$ is

$f(x) = |x - a|$ ফলনটো

$f(x) = |x - a|$ ফলনটি

$f(x) = |x - a|$ নি মাৰথুনা

(i) continuous at $x = a$, but not differentiable at $x = a$

$x = a$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন, কিন্তু $x = a$ বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়

$x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন, কিন্তু $x = a$ বিন্দুতে অবকলনীয় নয়

$x = a$ বিনদোবাব আনথোৰজয়ৈ, নাথায় $x = a$ বিনদোবাব থুবুৰ ফাৰাগথি নড়া

(4)

(ii) both continuous and differentiable at $x = a$ $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন আৰু অৱকলনীয় দুয়োটা হৈ $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন এবং অৱকলনীয় দুটি হৈ $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন আৰু অৱকলনীয় দুয়োটা হৈ(iii) neither continuous nor differentiable at $x = a$ $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্নও নহয় আৰু অৱকলনীয়ও নহয় $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্নও নহয় এবং অৱকলনীয়ও নহয় $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন আৰু অৱকলনীয় দুয়োটা হৈ(iv) differentiable at $x = a$, but not continuous at $x = a$ $x = a$ বিন্দুতে অৱকলনীয় হৈ, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নহয় $x = a$ বিন্দুতে অৱকলনীয় হৈ, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নহয় $x = a$ বিন্দুতে অৱকলনীয় হৈ, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নহয়(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছৈ নাও/গেৰে ফিননাযখৌ সাযখ')

(g) If

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

and $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, then find the value of α .

যদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

আৰু $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, তেন্তে α -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

যদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

এবং $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, তাহলে α -এৰ মান নিৰ্ণয় কৰো।

(5)

জুদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

আরো $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, অত্যা α নি মানখৌ দিহুন।

(h) Evaluate : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

মান নির্ণয় কবাঁ : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

মান নির্ণয় কৰো : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

মান দিহুন : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

(i) If $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, then $f'(x) = ?$

যদি $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, তেত্তে $f'(x) = ?$

যদি $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, তাহলে $f'(x) = ?$

জুদি $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, অত্যা $f'(x) = ?$

(j) The Signum function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is given by

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

then

ছিগনাম ফলন (Signum function) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এনেদৰে দিয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{যদি } x > 0 \\ 0, & \text{যদি } x = 0 \\ -1, & \text{যদি } x < 0 \end{cases}$$

তেত্তে

(6)

সিগনাম ফলন (Signum function) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ নিম্নরূপে দেওয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{যদি } x > 0 \\ 0, & \text{যদি } x = 0 \\ -1, & \text{যদি } x < 0 \end{cases}$$

তাহলে

সিগনাম মাঝখুন (Signum function) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{জুদি } x > 0 \\ 0, & \text{জুদি } x = 0 \\ -1, & \text{জুদি } x < 0 \end{cases}$$

- (i) $f(x)$ is both one-one and onto
 $f(x)$ একৈকী আৰু আচ্ছাদক দুটা হয়
 $f(x)$ একৈকী এবং আচ্ছাদক দুটি হয়
 $f(x)$ গুটিফা আরো গুটিগ্রোব মোননৈবো গেৰে
- (ii) $f(x)$ is neither one-one nor onto
 $f(x)$ একৈকীও নহয় আচ্ছাদকও নহয়
 $f(x)$ একৈকীও নয় এবং আচ্ছাদকও নয়
 $f(x)$ গুটিফাৰো নড়া গুটিগ্রোবৰো নড়া
- (iii) $f(x)$ is one-one but not onto
 $f(x)$ একৈকী হয় কিন্তু আচ্ছাদক নহয়
 $f(x)$ একৈকী কিন্তু আচ্ছাদক নয়
 $f(x)$ গুটিফা নংগৌ নাথায় গুটিগ্রোব নড়া
- (iv) $f(x)$ is onto but not one-one
 $f(x)$ আচ্ছাদক হয় কিন্তু একৈকী নহয়
 $f(x)$ আচ্ছাদক কিন্তু একৈকী নয়
 $f(x)$ গুটিগ্রোব নংগৌ নাথায় গুটিফা নড়া

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/
 শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰে ফিননাযখৌ সাযখ')

(7)

(k) The value of $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ is

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} \text{ -অৰ মান}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} \text{ -এৰ মান}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} \text{ নি মানা}$$

$$(i) \frac{\pi}{3}$$

$$(ii) \frac{2\pi}{3}$$

$$(iii) \frac{\pi}{6}$$

$$(iv) \frac{\pi}{12}$$

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰেঁ ফিননাযখৌ সাযখ')

(l) If A and B are two events such that $A \subset B$ and $P(B) \neq 0$, then which of the following is correct?

যদি A আৰু B দুটা ঘটনা যাতে $A \subset B$ আৰু $P(B) \neq 0$, তেন্তে তলত উল্লেখ কৰা কোনটো সত্য?

যদি A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে $A \subset B$ এবং $P(B) \neq 0$, তাহলে নিচে উল্লেখ করা কোনটি সত্য?

জুদি A আরো B মোননৈ জাথাই জায় $A \subset B$ আরো $P(B) \neq 0$, অল্লা গাহাযাব হোনায ববে মোনসেয়া গেৰেঁ?

$$(i) P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$$

$$(ii) P(A|B) < P(A)$$

$$(iii) P(A|B) \geq P(A)$$

$$(iv) \text{None of the above}$$

ওপৰৰ এটাও নহয়

উপৰেৰ একটিও নয়

গোজৌনি মোনসেবো নড়া

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰেঁ ফিননাযখৌ সাযখ')

(8)

(m) The integrating factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is

অবকল সমীকরণ $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ -অব অনুকলন গুণক হ'ল

অবকল সমীকরণ $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ -এর অনুকলন গুণক হলো

সানখি সমানথাই $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ নি সানজ'থাযারি সানজাবগিরিয়া

(i) e^{-x} (ii) $-\frac{1}{x}$ (iii) $\frac{1}{x}$ (iv) x

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তরটো বাছি উনিওরা/
শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/গেবে ফিননাযখৌ সাযখ')

2. Answer (a) or (b) and (c) :

(a) নাইবা (b) আৰু (c)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) অথবা (b) এবং (c)-এর উত্তর করো :

(a) নড়াব্লা (b) আরো (c) নি ফিন হো :

(a) If $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, then prove that $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$. 4

যদি $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, তেন্তে প্রমাণ কৰাঁ যে $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$.

যদি $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, তাহলে প্রমাণ করো যে $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$.

জুদি $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, অব্লা ফোরমান খালাম দি

$\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$.

(9)

Or / নাইবা / অথবা / এন্না

(b) Prove that

প্রমাণ করাঁ যে

প্রমাণ করো যে

ফোরমান খালাম দি

$$\cot^{-1}\left(\frac{1+xy}{x-y}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1+yz}{y-z}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1+zx}{z-x}\right) = 0$$

2

(c) Prove that

প্রমাণ করাঁ যে

প্রমাণ করো যে

ফোরমান খালাম দি

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\pi}{4}$$

2

3. Answer (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c) আৰু (d)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c) এবং (d)-এর উত্তর করো :

(a) আরো (b) এন্না (c) আরো (d) নি ফিন হো :

(a) If

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

then find x and y such that $A^2 + xI = yA$.

2

যদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

তেন্তে x আৰু y নির্ণয় কৰাঁ যাতে $A^2 + xI = yA$.

(10)

যদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

তাহলে x এবং y নির্ণয় করো যাতে $A^2 + xI = yA$.

জুদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

 x আরো y খৌ থি খালাম জাহাথে $A^2 + xI = yA$.

- (b) If A and B are invertible matrices of the same order, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 2

যদি দুটা একে ঘাতৰ মৌলকক্ষ A আৰু B -ৰ প্ৰতিলোম হয়, তেনেহ'লে প্ৰমাণ কৰা য়ে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

যদি দুটি একই ঘাতের মৌলকক্ষ A এবং B -এর প্ৰতিলোম থাকে, তাহলে প্ৰমাণ কৰো য়ে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

জুদি মোননৈ এখে ফাৰি বিউলখাখাংথাব থোঁসাজায়া A আরো B , অল্লা ফোৰমান খালাম দি $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (c) Prove that the diagonal elements of a skew-symmetric matrix are zero. 2

প্ৰমাণ কৰা য়ে বিষম-সমমিত মৌলকক্ষৰ আটাইবোৰ বিকৰ্ণ মৌল শূন্য।

প্ৰমাণ কৰো য়ে বিষম-সমমিত মৌলকক্ষৰ সবগুলি বিকৰ্ণ মৌল শূন্য।

ফোৰমান খালাম দি খেঁস্তা ফাৰিগ্ৰোব থোঁসাজাযনি খনাহাংখো গুদিথায়া লাখিখ'।

- (d) For what value of x

x -ৰ কি মানৰ বাবে

x -এৰ কোন্ মানের জন্য

x নি মা মাননি থাখায়

$$(x \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = (0)?$$

2

(11)

4. (a) Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$. Consider the function $f : A \rightarrow B$ defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$. Is f one-one and onto? Justify your answer. 4

ধৰা হ'ল $A = \mathbb{R} - \{3\}$ আৰু $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f : A \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ ফলনটো লোৱা হ'ল। f ফলনটো একৈকী আৰু আচ্ছাদক হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰা।

ধৰা হলো $A = \mathbb{R} - \{3\}$ এবং $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f : A \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ ফলনটি নেওয়া হলো। f ফলনটি একৈকী এবং আচ্ছাদক হবে কি? তোমার উত্তরের যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰো।

হমনা লাৰায় $A = \mathbb{R} - \{3\}$ আৰু $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f : A \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ মাৱথুনখৌ লানায় জাৰায়। f মাৱথুনা গুদিফা আৰু গুদিগ্ৰোব নগৌনা? নৌনি ফিননায়খৌ জুক্তিৰ্জৌ দিনথি।

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (b) Show that the relation R in the set $\mathbb{R}$ of real numbers, defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$, is neither reflexive, nor symmetric, nor transitive. 4

দেখুওৱা যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbb{R}$ -অত সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ প্ৰতিফলনীয় নহয়, প্ৰতিসম নহয়, সংক্ৰামকও নহয়।

দেখাও যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbb{R}$ -এ সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ প্ৰতিফলনীয় নয়, প্ৰতিসম নয়, সংক্ৰামকও নয়।

দিনথি দি গুৰৈ অনজিমানি জথাই $\mathbb{R}$ আব সোমোনদোআ $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ ৰিফিনায় গৈয়ি, ফাৰিগ্ৰোব গৈয়ি, গুস্তায়াৰি নঙি।

(12)

5. Find $\frac{dy}{dx}$ of the following (any two) :

2×2=4

তলৰ $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰা (যিকোনো দুটা) :

নিচের $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰো (যে-কোনো দুটি) :

गाहायनि $\frac{dy}{dx}$ दिहून (जायखिजाया मोननैनि) :

(i) $\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1$

(ii) $y = x^x$

(iii) $y = \sin^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right), 0 < x < 1$

6. (a) The volume of a cube is increasing at the rate of 9 cubic centimetres per second. How fast is the surface area increasing, when the length of an edge is 10 centimetres?

4

এটা ঘনৰ আয়তন প্ৰতি ছেকেণ্ডত ৯ ঘন ছেণ্টিমিটাৰ হাৰে বাঢ়ে। কি হাৰত পৃষ্ঠকালি বাঢ়ে উলিওৱা, যেতিয়া এটা দাঁতিৰ দৈৰ্ঘ্য ১০ ছেণ্টিমিটাৰ?

একটি ঘনকের আয়তন প্রতি সেকেন্ডে ৯ ঘন সেন্টিমিটার হাৰে বাড়ে। কী হাৰে পৃষ্ঠকালি বাড়ে বের কৰো, যখন একটি প্ৰান্তৰ দৈৰ্ঘ্য ১০ সেন্টিমিটাৰ?

মোনসে থামবথ' রোজাগাসৈনি মোনফ্রোম সেকেন্দাব ৯ থামবথ' সেনটিমিটার হাৰাব বাডো। মা হাৰাব বিখুং দব্লাইথি বাডো দিহুন জেব্লা মোনসে রুগুনি লাউথাইয়া ১০ সেনটিমিটার।

Or / নাইবা / অথবা / এবা

(b) Let I be any interval disjoint from $[-1, 1]$. Prove that the function f , given by $f(x) = x + \frac{1}{x}$, is strictly increasing on I .

4

ধৰা হ'ল I এটা অন্তৰাল আৰু ই $[-1, 1]$ ৰ লগত অসংযুক্ত। প্ৰমাণ কৰা যে,

$f(x) = x + \frac{1}{x}$ -অৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনটো I ত সতত বৰ্ধমান।

(13)

ধরা হলো I একটি অন্তরাল এবং এটি $[-1, 1]$ -এর সঙ্গে অসংযুক্ত। প্রমাণ করো

যে, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ -এর দ্বারা নির্দিষ্ট ফলনটি I তে সতত বর্ধমান।

হমনা লাভায় I আ মোনসে ইসিডারি দানখাবগ্রা আরো বেয়ো $[-1, 1]$ জোঁ নাঁজাঝাখৈ।

ফোরমান খালাম দি, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ জোঁ থিখানায় মাঝথুনা I আব থোজোডৈ বাডো।

7. (a) Evaluate (any two) :

2×2=4

মান নির্ণয় করো (যিকোনো দুটি) :

মান নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

মান দিহুন (জাযখিজাযা মোননৈ) :

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

(ii) $\int \tan^4 x \, dx$

(iii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

Or / নাইবা / অথবা / এবা

(b) Show that $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, if f and g are defined as $f(x) = f(a-x)$ and $g(x) + g(a-x) = 4$. 4

দেখুওঁরা যে $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, যদি f আৰু g -ক $f(x) = f(a-x)$ আৰু $g(x) + g(a-x) = 4$ -অৰ বাবে সংজ্ঞায়িত কৰা হয়।

দেখাও যে $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, যদি f এবং g -কে $f(x) = f(a-x)$ এবং $g(x) + g(a-x) = 4$ -এর দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়।

দিনথি দি $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, জুদি f আরো g খৌ $f(x) = f(a-x)$ আরো $g(x) + g(a-x) = 4$ নি থাখায় ফোরমায়নায জাযো।

(14)

8. (a) Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 4

অনুকলনৰ সহায়ত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

অনুকলনৰ সাহায্যে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্ত বেষ্টিত ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰো।

সানজ্ঞ'নায় বাহাখননৈ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ লাখনি দল্লাইথি দিহুন।

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (b) Find the area bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$. 4

$x = 0$ আৰু $x = 2\pi$ -ৰ মাজত $y = \cos x$ বক্ৰৰে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

$x = 0$ এবং $x = 2\pi$ -এৰ মध्ये $y = \cos x$ বক্ৰ দ্বাৰা বেষ্টিত ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰো।

$y = \cos x$ বোহাংখোআ $x = 0$ আরো $x = 2\pi$ নি গেজেৰাব আবগ্ৰিনা থানায় জায়গানি দল্লাইথি দিহুন।

9. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

- (a) If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, then find a unit vector in the direction of $\vec{a} - \vec{b}$. 2

যদি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ আৰু $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, তেন্তে $\vec{a} - \vec{b}$ -ৰ দিশত এটা একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(15)

যদি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, তাহলে $\vec{a} - \vec{b}$ -এর দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো।

যদি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ আরো $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, অত্ৰা $\vec{a} - \vec{b}$ ফারসে মনসে গোরথি ভেক্টর দিহুন।

(b) For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, show that $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$. 2

যিকোনো দুটা ভেক্টর $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ -ৰ বাবে দেখুওৱাঁ যে $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$.

যে-কোনো দুটি ভেক্টর $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ -এর জন্য দেখাও যে $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$.

জাযখিজাযা মননৈ ভেক্টর $\vec{a}$ আরো $\vec{b}$ নি থাখায় দিনথি দি $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$.

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

(c) Let $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.

Find a vector $\vec{d}$, which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$, and $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$. 4

ধৰা হ'ল $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ আৰু $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.
 $\vec{d}$ ভেক্টৰটো $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ উভয়ৰে ওপৰত লম্ব আৰু $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$ হ'লে $\vec{d}$ উলিওৱাঁ।

ধৰা হলো $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.
 $\vec{d}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ উভয়ের উপরে লম্ব এবং $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$ হলে $\vec{d}$ বের করো।

হমনা লাৰায $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ আরো
 $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. $\vec{d}$ ভেক্টর $\vec{a}$ আরো $\vec{b}$ নি সাযাব থোগৈ আরো $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$
জাযোল্লা $\vec{d}$ খৌ দিহুন।

10. (a) If θ is the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$, and $\hat{a} + \hat{b}$ is a unit vector, then find θ . Also find $|\hat{a} - \hat{b}|$. 2+2=4

$\hat{a}$ আৰু $\hat{b}$ দুটা একক ভেক্টর আৰু θ সিহঁতৰ মাজৰ কোণ। যদি $\hat{a} + \hat{b}$ এটা একক ভেক্টর হয়, তেন্তে θ নির্ণয় কৰাঁ। লগতে $|\hat{a} - \hat{b}|$ -ৰ মান নির্ণয় কৰাঁ।

(16)

$\hat{a}$ এবং $\hat{b}$ দুটি একক ভেক্টর ও θ ওদের মাঝের কোণ। যদি $\hat{a} + \hat{b}$ একটি একক ভেক্টর হয়, তাহলে θ নির্ণয় করো। এর সঙ্গে $|\hat{a} - \hat{b}|$ -এর মান নির্ণয় করো।

$\hat{a}$ আরো $\hat{b}$ মোননৈ গোরথি ভেক্টর আরো θ আ বেসোরনি গেজেরনি খনা। জুদি $\hat{a} + \hat{b}$ আ মোনসে গোরথি ভেক্টর জায়ো, অবলা θ খৌ দিহুন। লোগোসে $|\hat{a} - \hat{b}|$ নি মানখৌ দিহুন।

Or / নাইবা / অথবা / এবা

(b) Find the foot of the perpendicular from the point (1, 6, 3) to the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$. 4

(1, 6, 3) বিন্দুর পৰা $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ রেখাৰ ওপৰত টনা লম্বৰ পাদবিন্দু নির্ণয় কৰা।

(1, 6, 3) বিন্দুৰ থেকে $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ রেখাৰ উপৰে টানা লম্বৰ পাদবিন্দু নির্ণয় কৰো।

(1, 6, 3) বিনদোনিফ্রায় $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ হাংখোনি সায়াব বোনায থোগোৰ গুদিবিনদোখৌ দিহুন।

11. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এর উত্তর কৰো :

(a) আরো (b) এবা (c) নি ফিননায হো :

(a) Find the angle between any two diagonals of a cube. 3

ঘনক (cube) এটাৰ যিকোনো দুডাল কৰ্ণৰ মাজৰ কোণ নির্ণয় কৰা।

একটি ঘনকের (cube) যে-কোনো দুটি কৰ্ণের মাঝের কোণ নির্ণয় কৰো।

থামবথ' (cube) মোনসেনি জায়খিজায়া দোঁনৈ খনাহাংখোনি গেজেরনি খনাখৌ দিহুন।

(17)

- (b) If a line makes angles 90° , 135° , 45° with the x -axis, y -axis and z -axis respectively, find its direction cosines. 1

যদি এডাল ৰেখাই x -অক্ষ, y -অক্ষ আৰু z -অক্ষৰ সৈতে যথাক্ৰমে 90° , 135° আৰু 45° কোণ উৎপন্ন কৰে, ইয়াৰ দিশাংকবোৰ উলিওৱা।

যদি একটি ৰেখা x -অক্ষ, y -অক্ষ এবং z -অক্ষৰ সঙ্গে যথাক্ৰমে 90° , 135° এবং 45° কোণ উৎপন্ন কৰে, এর দিশাংকগুলি বের কৰো।

জুদি দৌসে হাংখোআ x -ব্রিথ', y -ব্রিথ' আরো z -ব্রিথ'জোঁ ফারিয়ে 90° , 135° , 45° নি খনা সোমজিহোয়োল্লা, বেনি থোঁ কসাइनखौ दिहून।

Or / নাইবা / অথবা / एबा

- (c) Find the distance between the two parallel lines given by

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{and } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

4

দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ সমীকৰণ দুটা যথাক্ৰমে

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{আৰু } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

হ'লে, সিহঁতৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱা।

দুটি সমান্তরাল রেখার সমীকরণ দুটি যথাক্ৰমে

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{এবং } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

হলে, ওদের মাঝখানের দূরত্ব বের কৰো।

দৌনৈ লিগ হাংখোনি বুংফুরলুবা ফারিয়ে

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{আরো } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

জাযোল্লা বिसोरनि गेजेरनि जानथाइखौ दिहून।

(18)

12. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

(a) If E and F be any events of a sample space S , prove that $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, where E' is the complementary event of the event E . 2

যদি E আৰু F কোনো পৰীক্ষাৰ প্ৰতিদৰ্শ স্থান S -অৰ সৈতে জড়িত দুটা ঘটনা হয়, প্ৰমাণ কৰা যে $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, য'ত E' হৈছে E ঘটনাৰ পূৰক ঘটনা।

যদি E এবং F কোনো পৰীক্ষাৰ নমুনা স্থান S -এৰ সঙ্গে জড়িত দুটি ঘটনা হয়, তাহলে প্ৰমাণ কৰো যে $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, যেখানে E' হৈছে E ঘটনাৰ পূৰক ঘটনা।

জুদি হমনাই লাৰায় E আরো F আ মোনসে জাথাইনি নমুনা হাযুং S জোঁ সোমোনদো গোনাঁ মোনই জাথাই, অল্লা ফোৰমান খালাম দি $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, জেরাব E' আ জাদোঁ E জাথাইনি জাফুং জাথাই।

(b) If $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, then find $P(A|B)$. 2

যদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ আৰু $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, তেন্তে $P(A|B)$ নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, তাহলে $P(A|B)$ নিৰ্ণয় কৰো।

জুদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ আরো $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, অল্লা $P(A|B)$ খৌ দিহুন।

(19)

Or / নাইবা / অথবা / एब

(c) The probabilities of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively.

If both try to solve the problem independently, then find the probability that—

(i) the problem is solved;

(ii) exactly one of them solves the problem. 2+2=4

A আৰু B-য়ে এটা বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল ক্ৰমে $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{1}{3}$. যদি সমস্যাটো সমাধানৰ বাবে উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা কৰে, তেন্তে

সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা য়াভে—

(i) সমস্যাটোৰ সমাধান হয়;

(ii) তেওঁলোকৰ ঠিক এজনে (exactly one of them) সমস্যাটোৰ সমাধান আগবঢ়ায়।

A এবং B-এৰ দ্বাৰা একটি বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল যথাক্ৰমে $\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{3}$. যদি সমস্যাটি সমাধানৰ জন্ম উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা

কৰে, তাহলে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰো যেখানে—

(i) সমস্যাটিৰ সমাধান হয়;

(ii) তাদের মধ্যে ঠিক একজন সমস্যাটি সমাধানৰ চেষ্টা কৰে।

A আরো B আ মোনসে জৰ'খা—জেনা গাবৰা গাব মাৱফুংথাই খালামনায়নি জাথাৱনায়া ফাৱিই $\frac{1}{2}$ আরো $\frac{1}{3}$. জুদি জেনাখৌ মাৱফুংথাই খালামনো সানৈবো গাবৰা গাব নাজায়ো, অল্লা জাথাৱনাখৌ থি খালাম জাহাথে—

(i) জেনায়া মাৱফুং জায়ো;

(ii) बिसोरनि सासेयाल' (exactly one of them) जेनानि मावफुंथाइ होनो हाबाय।

(20)

13. (a) There are three coins. One is two-headed coin (having head on both faces), another is a biased coin that comes up head 75% of the time and third is an unbiased coin. One of the three coins is chosen at random and tossed, it shows head. What is the probability that it is the two-headed coin?

4

তিনিটা মুদ্রাৰ এটা দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট (দুয়ো পিঠিত মুণ্ড থকা), দ্বিতীয়টো বিষম গাঠনিক যাব টহু কাৰ্যত 75% মুণ্ড প্ৰাপ্ত হয় আৰু তৃতীয়টো নিখুঁত গাঠনিক। যাদৃচ্ছিকভাৱে মুদ্রা তিনিটাৰ এটা নিৰ্বাচন কৰি টহু কৰাত মুণ্ড পোৱা গ'ল। মুদ্রাটো দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

তিনিটা মুদ্রাৰ এটা দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট (দুই পৃষ্ঠে মুণ্ড থকা), দ্বিতীয়টি বিষম গাঠনিক যাব টস কাৰ্যে 75% মুণ্ড প্ৰাপ্ত হয় আৰু তৃতীয়টি নিখুঁত গাঠনিক। যাদৃচ্ছিকভাৱে মুদ্রা তিনিটাৰ এটা নিৰ্বাচন কৰে টস কৰায় মুণ্ড পোৱা গেল। মুদ্রাটি দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কতো ?

মোনথাম খাবাৰিনি মোনসেয়া মোননৈ খৰ' গোনা (খাবাৰিনি ফাৰনৈথিৰো খৰ' থানায়), নৈথিয়া লেমনায় জায়খৌ টস খালামনায়াব 75% খৰ' নুজায়ো আৰো থামথিয়া লেমনায় গৈয়ি খাবাৰি। বেনি মোনসেখৌ সাযল্ল'না টস খালামনায় জাৰায় আৰো খৰ' মোননো হাৰায়। খাবাৰিয়া খৰ' মোননৈ গোনা জানায়নি জাথাবনায় বেসেবা?

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (b) An instructor has a question bank consisting 300 easy True/False questions, 200 difficult True/False questions, 500 easy multiple choice questions and 400 difficult multiple choice questions. If a question is selected at random from the question bank, what is the probability that it will be an easy question given that it is a multiple choice question?

4

এজন পৰীক্ষকৰ হাতত 300টা সহজ সঁচা/মিছা ধৰণৰ, 200টা কঠিন সঁচা/মিছা ধৰণৰ, 500টা সহজ বহুবিকল্পযুক্ত (multiple choice) আৰু 400টা কঠিন বহুবিকল্পযুক্ত প্ৰশ্নৰ এখন প্ৰশ্নকোষ (question bank) আছে। প্ৰশ্নকোষৰ পৰা এটা প্ৰশ্ন যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰিলে প্ৰশ্নটো সহজ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান যদি ই এটা বহুবিকল্পযুক্ত প্ৰশ্ন বুলি ইতিমধ্যে জনা যায় ?

(21)

একজন পরীক্ষকের হাতে 300টি সহজ সত্য/মিথ্যা ধরনের, 200টি কঠিন সত্য/মিথ্যা ধরনের, 500টি সহজ বহুবিকল্পযুক্ত (multiple choice) এবং 400টি কঠিন বহুবিকল্পযুক্ত প্রশ্নের একটি প্রশ্নকোষ (question bank) আছে। প্রশ্নকোষের থেকে একটি প্রশ্ন যাদৃচ্ছিকভাবে বের করলে প্রশ্নটি সহজ হওয়ার সম্ভাব্যতা কত যদি এটি একটি বহুবিকল্পযুক্ত প্রশ্ন বলে ইতিমধ্যে জানা যায়?

সাংসে আনজাদ লাগিরিনি আখ্ৰাইয়াব 300 গোরলৈ গেৰ্বে/গোৱোনথি দিনথিনায়, 200 গোল্লাব গেৰ্বে/গোৱোনথি দিনথিনায়, 500 গোরলৈ বাঁ মিজিৰ (multiple choice) আরো 400 গোল্লাব বাঁমিজিৰ সোঁথিনি গাংসে সোঁথিমাল্লা (question bank) দাঁ। সোঁথিমাল্লানিফ্ৰায় মোনসে সোঁথিসাযখল্ল'ব্লা সোঁথিয়া গোরলৈ জানায়নি জাথাবনায়া বেসেবাঁ জিডু বেখৌ মোনসে বাঁমিজিৰ সোঁথি হোননানৈ মিথিমারনায় জায়ো?

14. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

(a) If

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

and I is the identity matrix of order 2, then show that

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

4

যদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

আৰু I এটা 2 ঘাতৰ অভেদ মৌলকক্ষ, তেন্তে দেখুওৱাঁ যে

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

(22)

যদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

এবং I একটি 2 ঘাতের অভেদ মৌলিক হয়, তাহলে দেখাও যে

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

জুদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

আরো I আ ফারি 2 নি সিনায়থি থোঁসাজায়, দিনথি দি

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

(b) If

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

then find the values of x and y .

2

যদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

তেন্তে x আৰু y -ৰ মান নির্ণয় কৰাঁ।

(23)

যদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

তাহলে x এবং y -এর মান নির্ণয় করো।

জুদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

অবলা x আরো y নি মান দিহন।**Or / নাইবা / অথবা / এবা**

(c) Using matrix, solve the following system of linear equations :

6

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিতে তলব সমীকরণ প্রণালীর সমাধান করো :

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিতে নিচের সমীকরণ প্রণালীর সমাধান করো :

থোঁসাজায় বাহায়নানৈ গাহায়নি হাংখোথাই সমানথাইখৌ মাওফুংথাই খালাম :

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5$$

$$2x - y + 3z = 12$$

15. Answer (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c) আৰু (d)-ৰ উত্তৰ কৰোঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c) এবং (d)-এর উত্তর করো :

(a) আরো (b) এবা (c) আরো (d) নি ফিননায় হো :

(a) Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

is continuous at $x = 3$.

3

(24)

f ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে :

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{যদি } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{যদি } x > 3 \end{cases}$$

ফলনটো $x = 3$ -ত অবিচ্ছিন্ন হ'লে a আৰু b -ৰ মাজৰ সম্বন্ধ উলিওৱা।

f ফলনৰ সংজ্ঞা এধৰনে দেওয়া আছে :

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{যদি } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{যদি } x > 3 \end{cases}$$

ফলনটি $x = 3$ -তে অবিচ্ছিন্ন হলে a এবং b -এৰ মধ্য সম্বন্ধ বের কৰো।

f मावथुननि बुंफोरथिखौ औरै होनाय दं :

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{जुदि } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{जुदि } x > 3 \end{cases}$$

मावथुना $x = 3$ आव लिनथि जायोब्ला a आरो b नि गेजेरनि सोमोनदोखौ दिहुन।

(b) If $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, then show that $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$. 3

যদি $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, দেখুওৱা যে $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

যদি $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, দেখাও যে $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

जुदि $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, दिनथि दि $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

Or / नाईबा / अथवा / एबा

(c) If $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, then show that

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

where A and B are any constants.

4

(25)

যদি $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, দেখুওঁ যাঁ যে

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

য'ত A আৰু B দুটা যিকোনো ধ্ৰুৱক।

যদি $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, দেখাওঁ যে

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

যেখানে A এবং B দুটি যে-কোনো ধ্ৰুৱক।

ভুদি $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, দিনথি দি

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

জেরাব A আরো B মোননৈয়া জায়খিজায়া থাদোম।

(d) Find the value of k so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$.

2

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুত f ফলন অবিচ্ছিন্ন হ'লে k -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{যদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(26)

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে f ফলন অবিচ্ছিন্ন হলে k -এর মান নির্ণয় করো, যেখানে

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{যদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে f মাবথুনা লিনশ্রি জাযোব্লা k নি মানখৌ দিহুন, জেরাব

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{জুদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{জুদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

16. (a) Find the local maximum and local minimum values of the function f given by $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$. 6

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ -অৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা।

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ -এৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ এবং স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান বের করো।

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ জোঁ থি মাবথুননি জাযগাযাৰি বাঁসিনথা আরো জাযগাযাৰি হাযসিনথানি মান দিহুন।

Or / নাইবা / অথবা / এবা

- (b) A rectangular piece of tin 45 cm by 24 cm is to be made into a box without top, by cutting off squares from each corner and folding up the flaps. What should be the side of the square to be cut off so that the volume of the box is the maximum possible? 6

এখন আয়তাকাৰ টিনৰ পাতৰ জোখ 45 ছেমি. $\times$ 24 ছেমি.। প্রতিটো কোণৰ পৰা একোটা বৰ্গ কাটি আৰু ভাঁজ কৰি এটা বাকচ গঠন কৰা হ'ল আৰু বাকচটোৰ ওপৰৰ অংশটো নাই। কাটিবলগীয়া বৰ্গটোৰ প্রতি বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'লে বাকচটোৰ আয়তন গৰিষ্ঠ হ'ব?

(27)

একটি আয়তাকার টিনের পাতের মাপ 45 সে.মি. $\times$ 24 সে.মি.। প্রতিটি কোণের থেকে একটি বর্গ কেটে ও ভাঁজ করে একটি বাক্স গঠন করা হলো এবং বাক্সটির উপরের অংশটি নেই। কেটে নেওয়া বর্গটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত হলে বাক্সটির আয়তন গরিষ্ঠ হবে?

গংসে আয়ত মহরনি তিননি লাউথাইয়া 45 সে. মি. আরো গুৱারা 24 সে. মি.। মোনফ্রোমবো খনানিফ্রায় মোনফা বর্গ দাননানৈ আরো থননানৈ মোনসে বাগসু বানায়নায জাৱায আরো বাগসুনি সানি খোবগ্রায়া গৈয়া। দাননোগোনাং বর্গনি মোনফ্রোম আখানথিনি লাউথাইয়া বেসেবাং জাযোব্লা বাগসুনি রোজাগাসৈয়া গোৱোবগোন?

17. Evaluate (any two) :

3 $\times$ 2=6

মান নির্ণয় করাঁ (যিকোনো দুটা) :

মান নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

মান দিহুন (জাযখিজায়া মোননৈ) :

(i) $\int x^3 e^{x^2} dx$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{7-6x-x^2}}$

(iii) $\int \sin 2x \cdot \cos 3x dx$

18. Solve the following differential equations (any two) : 3 $\times$ 2=6

তলৰ অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান উলিওৱাঁ (যিকোনো দুটা) :

নিচের অবকল সমীকরণের সমাধান বের করো (যে-কোনো দুটি) :

গাহায়নি সানখি সমানথাইখৌ মাৱফুংথাই খালাম (জাযখিজায়া মোননৈ) :

(i) $y \frac{dy}{dx} = xy + x + y + 1$

(ii) $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$

(28)

(iii) $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, given $y = 0$, when $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, দিয়া আছে $y = 0$, যেতিয়া $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, দেওয়া আছে $y = 0$, যখন $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, হোনায দং $y = 0$, জেব্লা $x = \frac{\pi}{3}$

19. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

(a) If $\hat{a}$ and $\hat{b}$ be two unit vectors inclined at an angle θ , prove that $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$. 3

যদি θ দুটা একক ভেক্টৰ $\hat{a}$ আৰু $\hat{b}$ -অৰ মাজৰ কোণ হয়, প্রমাণ কৰাঁ যে $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

যদি θ দুটি একক ভেক্টর $\hat{a}$ এবং $\hat{b}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ হয়, প্রমাণ কৰো যে $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

জুদি θ , $\hat{a}$ আরো $\hat{b}$ আ মোননৈ গোরথি থিংথাইনি গেজেরনি খনা, ফোরমান খালাম দি $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

(b) In a bank, principal increases continuously at the rate $r\%$ per year. Find the value of r if ₹100 doubles itself in 10 years. ($\log_e 2 = 0.6931$) 3

বেংক এটাত বছৰি $r\%$ হাৰে অবিবতভাৰে মূলধন বৃদ্ধি হয়। যদি 100 টকা 10 বছৰত ইয়াৰ দ্বিগুণ হয়, তেন্তে r -অৰ মান উলিওৱাঁ। ($\log_e 2 = 0.6931$)

(29)

একটি ব্যাংকে বছরে $r\%$ হারে অবিরতভাবে মূলধন বৃদ্ধি হয়। যদি 100 টাকা 10 বছরে এর দ্বিগুণ হয়, তাহলে r -এর মান নির্ণয় করো। ($\log_e 2 = 0.6931$)

বैंक मोनसेनि बोसोरि $r\%$ हाराव आसोला लानध्रियै बाडो। जुदि 100 राडा 10 बोसोराव फाननै जायो, अब्ला r नि मान दिहुन। ($\log_e 2 = 0.6931$)

Or / নাইবা / অথবা / एबा

- (c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ and}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$$

6

দুডাল বেখাৰ হ্ৰস্বতম দূৰত্ব উলিওৱাঁ যদি বেখা দুডালৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ দুটা ক্ৰমে

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ আৰু}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k} \text{ হয়।}$$

দুটি রেখার হ্রস্বতম দূরত্ব বের করো যদি রেখা দুটির ভেক্টর সমীকরণ দুটি ক্রমে

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ এবং}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k} \text{ হয়।}$$

दोनै हांखोनि गुसुंसिन जानथाइखौ दिहुन जुदि हांखोनि भेक्टर समानथाइ मोननैया फारियै

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ आरो}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$$

20. (a) Solve the following linear programming problem graphically :

6

$$\text{Minimize } Z = 10(x - 7y + 190)$$

subject to the constraints

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(30)

নিম্নোক্ত বৈখিক প্র'গ্রেমিং সমস্যাটোৰ লৈখিক সমাধান কৰাঁ :

$$Z = 10(x - 7y + 190) \text{-অব}$$

সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱাঁ, য'ত চলক x আৰু y -ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

নিচের বৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটির লৈখিক (graphically) সমাধান কৰো :

$$Z = 10(x - 7y + 190) \text{-এৰ}$$

সৰ্বনিম্ন মান বের কৰো, যেখানে চলক x এবং y -এৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হলো

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

গাহায়নি হাংখোথাই ফারিবিথোনারি জেনাখৌ খারখৌলুথাইনি মদদজৌ মাবফুংথাই
খালাম :

$$Z = 10(x - 7y + 190) \text{নি}$$

দুইসিন মান দিহুন, জেরাব আয়দা x আরো y নি হেঁথাইফোৰা জাদৌ

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Or / নাইবা / অথবা / এবা

(b) Determine graphically the minimum value of the objective function

$$Z = -50x + 20y$$

(31)

subject to the constraints

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

6

উদ্দিষ্ট ফলন

$$Z = -50x + 20y\text{-ৰ}$$

সর্বনিম্ন মান উলিওৱা, য'ত x আৰু y -ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

উদ্দিষ্ট ফলন

$$Z = -50x + 20y\text{-এৰ}$$

সর্বনিম্ন মান বের কৰো যেখানে x এবং y -এৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হলো

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

থাংখিথা মাবথুন

$$Z = -50x + 20y\text{নি}$$

বয়নিখুই দুইসিন মান দিহুন, জেৰা x আরো y নি হেঁথাইফোৰা জাদোঁ

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$
