

Total No. of Pages—32

36T MATH
(EN/AS/BN/BD)

2 0 2 6**MATHEMATICS***Full Marks : 100**Pass Marks : 30**Time : 3 hours*

120108

*The figures in the margin indicate full marks for the questions.***ALLOTMENT OF MARKS**Q. No. **1** (*a-m*) carries 1 mark each (any ten) : $1 \times 10 = 10$ Q. Nos. **2-13** carry 4 marks each : $4 \times 12 = 48$ Q. Nos. **14-20** carry 6 marks each : $6 \times 7 = 42$

 Total = 100

(2)

1. Answer the following as directed (any ten) : 1×10=10

তলত দিয়াবোৰৰ নিৰ্দেশানুসাৰে উত্তৰ দিয়া (যিকোনো দহটা) :

নিম্নলিখিতগুলিৰ নিৰ্দেশানুযায়ী উত্তৰ দাও (যে-কোনো দশটি) :

गाहायाव होनाय सौथिफोरनि फिननाय हो (जायखिजाया मोनजि) :

(a) If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{1, 2, 3\}$, then find the total number of relations from the set A to B .

যদি $A = \{a, b, c\}$ আৰু $B = \{1, 2, 3\}$ হয়, তেন্তে A সংহতিৰ পৰা B লৈ হোৱা মুঠ সম্বন্ধৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $A = \{a, b, c\}$ এবং $B = \{1, 2, 3\}$ হয়, তাহলে A সংহতিৰ থেকে B পর্যন্ত মোট সম্বন্ধের সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰো।

ভুদি $A = \{a, b, c\}$ আরো $B = \{1, 2, 3\}$, अब्ला A खोन्दोनिफ्राय B सिम जानाय गासै सोमोनदोनि अनजिमाखौ दिहुन।

(b) The value of $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ is

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ -ৰ মান

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ -এৰ মান

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ নি মানা

(i) 0 (ii) -1 (iii) 1 (iv) 3

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/गेबै फिननायखौ सायख')

(c) What are the direction cosines of x -axis?

x -অক্ষডালৰ দিশাংকবোৰ কি কি?

x -অক্ষটিৰ দিশাংকগুলি কী কী?

x -বিথ'নি থোঁ কসাইনা মা?

(3)

(d) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$.

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ -অৰ মুখ্য মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ -এৰ মুখ্য মান নিৰ্ণয় কৰো।

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ নি গাহাই মানখৌ দিহুন।

(e) Let A be a square matrix of order 3×3 , and $\det A = 7$ ($|A| = 7$). Find the value of $\det(\operatorname{adj} A)$.

ধৰা হ'ল A এটা 3×3 ঘাতৰ মৌলকক্ষ আৰু $\det A = 7$ ($|A| = 7$).
 $\det(\operatorname{adj} A)$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

ধৰা হলো A একটি 3×3 ঘাতের মৌলকক্ষ এবং $\det A = 7$ ($|A| = 7$).
 $\det(\operatorname{adj} A)$ -এর মান নিৰ্ণয় কৰো।

জুদি A আ 3×3 নি বৰ্গ থোঁসাজায় আরো $\det A = 7$ ($|A| = 7$), अब्ला
 $\det(\operatorname{adj} A)$ नि मानखौ दिहून।

(f) The function $f(x) = |x - a|$ is

$f(x) = |x - a|$ ফলনটো

$f(x) = |x - a|$ ফলনটি

$f(x) = |x - a|$ নি মাবথুনা

(i) continuous at $x = a$, but not differentiable at $x = a$

$x = a$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন, কিন্তু $x = a$ বিন্দুত অবকলনীয় নহয়

$x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন, কিন্তু $x = a$ বিন্দুতে অবকলনীয় নয়

$x = a$ বিন্দোবাব আনখোরজয়ৈ, নাথায় $x = a$ বিন্দোবাব থুবুর ফারাগথি নড়া

(4)

(ii) both continuous and differentiable at $x = a$ $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন আৰু অৱকলনীয় দুয়োটাই হয় $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন এবং অৱকলনীয় দুটিই হয় $x = a$ বিন্দোবাব আনথোৱজয়ৈ আৰু থুবুৰ ফাৰাগথি মোননৈবো গেৰে(iii) neither continuous nor differentiable at $x = a$ $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্নও নহয় আৰু অৱকলনীয়ও নহয় $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্নও নয় এবং অৱকলনীয়ও নয় $x = a$ বিন্দোবাব আনথোৱজয়ৈবো নডা আৰু থুবুৰ ফাৰাগথিবো নডা(iv) differentiable at $x = a$, but not continuous at $x = a$ $x = a$ বিন্দুতে অৱকলনীয় হয়, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নহয় $x = a$ বিন্দুতে অৱকলনীয় হয়, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নয় $x = a$ বিন্দোবাব থুবুৰ ফাৰাগথি, নংগৌ নাথায় আনথোৱজয়ৈ নডা(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰে ফিননাযখৌ সাযখ')

(g) If

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

and $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, then find the value of α .

যদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

আৰু $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, তেন্তে α -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

যদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

এবং $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, তাহলে α -এৰ মান নিৰ্ণয় কৰো।

(5)

জুদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

আরো $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, অত্ৰা α নি মানখৌ দিহুন।

(h) Evaluate : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

মান নির্ণয় কৰাঁ : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

মান নির্ণয় কৰো : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

মান দিহুন : $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx$

(i) If $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, then $f'(x) = ?$

যদি $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, তেত্তে $f'(x) = ?$

যদি $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, তাহলে $f'(x) = ?$

জুদি $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$, অত্ৰা $f'(x) = ?$

(j) The Signum function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is given by

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

then

ছিগনাম ফলন (Signum function) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এনেদৰে দিয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{যদি } x > 0 \\ 0, & \text{যদি } x = 0 \\ -1, & \text{যদি } x < 0 \end{cases}$$

তেত্তে

(6)

সিগনাম ফলন (Signum function) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ নিম্নরূপে দেওয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{যদি } x > 0 \\ 0, & \text{যদি } x = 0 \\ -1, & \text{যদি } x < 0 \end{cases}$$

তাহলে

সিগনাম মাঝখুন (Signum function) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{জুদি } x > 0 \\ 0, & \text{জুদি } x = 0 \\ -1, & \text{জুদি } x < 0 \end{cases}$$

- (i) $f(x)$ is both one-one and onto
 $f(x)$ একৈকী আৰু আচ্ছাদক দুটা হয়
 $f(x)$ একৈকী এবং আচ্ছাদক দুটি হয়
 $f(x)$ গুদিফা আরো গুদিগ্রোব মোননৈবো গেৰেঁ
- (ii) $f(x)$ is neither one-one nor onto
 $f(x)$ একৈকীও নহয় আচ্ছাদকও নহয়
 $f(x)$ একৈকীও নয় এবং আচ্ছাদকও নয়
 $f(x)$ গুদিফাৰো নড়া গুদিগ্রোবৰো নড়া
- (iii) $f(x)$ is one-one but not onto
 $f(x)$ একৈকী হয় কিন্তু আচ্ছাদক নহয়
 $f(x)$ একৈকী কিন্তু আচ্ছাদক নয়
 $f(x)$ গুদিফা নংগৌ নাথায় গুদিগ্রোব নড়া
- (iv) $f(x)$ is onto but not one-one
 $f(x)$ আচ্ছাদক হয় কিন্তু একৈকী নহয়
 $f(x)$ আচ্ছাদক কিন্তু একৈকী নয়
 $f(x)$ গুদিগ্রোব নংগৌ নাথায় গুদিফা নড়া

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/
 শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰেঁ ফিননাযখৌ সাযখ')

(7)

(k) The value of $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ is

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} \text{-অৰ মান}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} \text{-এৰ মান}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} \text{ নি মানা}$$

$$(i) \frac{\pi}{3}$$

$$(ii) \frac{2\pi}{3}$$

$$(iii) \frac{\pi}{6}$$

$$(iv) \frac{\pi}{12}$$

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰে ফিননাযখৌ সাযখ')

(l) If A and B are two events such that $A \subset B$ and $P(B) \neq 0$, then which of the following is correct?

যদি A আৰু B দুটা ঘটনা যাতে $A \subset B$ আৰু $P(B) \neq 0$, তেন্তে তলত উল্লেখ কৰা কোনটো সত্য?

যদি A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে $A \subset B$ এবং $P(B) \neq 0$, তাহলে নিচে উল্লেখ করা কোনটি সত্য?

জুদি A আরো B মোননৈ জাথাই জায় $A \subset B$ আরো $P(B) \neq 0$, অল্লা গাহায়াব হোনায ববে মোনসেয়া গেৰে?

$$(i) P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$$

$$(ii) P(A|B) < P(A)$$

$$(iii) P(A|B) \geq P(A)$$

$$(iv) \text{None of the above}$$

ওপৰৰ এটাও নহয়

উপৰৰ একটিও নয়

গোজৌনি মোনসেবো নভা

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/
শুদ্ধ উত্তৰটি বেছে নাও/গেৰে ফিননাযখৌ সাযখ')

(8)

(m) The integrating factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is

অবকল সমীকরণ $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ -অব অনুকলন গুণক হ'ল

অবকল সমীকরণ $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ -এর অনুকলন গুণক হলো

সানখি সমানথাই $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ নি সানজ'থায়াই সানজাবগিরিয়া

(i) e^{-x} (ii) $-\frac{1}{x}$ (iii) $\frac{1}{x}$ (iv) x

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তরটো বাছি উনিওরা/
শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/গেবে ফিননাযখৌ সাযখ')

2. Answer (a) or (b) and (c) :

(a) নাইবা (b) আৰু (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) অথবা (b) এবং (c)-এর উত্তর করো :

(a) नडाब्ला (b) आरो (c) नि फिन हो :

(a) If $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, then prove that $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$. 4

যদি $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$.

যদি $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, তাহলে প্রমাণ করো যে $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$.

জুদি $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, অব্লা ফোরমান খালাম দি

$\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$.

(9)

Or / নাইবা / অথবা / এন্ড

(b) Prove that

প্রমাণ করাঁ যে

প্রমাণ করো যে

ফরমান খালাম দি

$$\cot^{-1}\left(\frac{1+xy}{x-y}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1+yz}{y-z}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1+zx}{z-x}\right) = 0$$

2

(c) Prove that

প্রমাণ করাঁ যে

প্রমাণ করো যে

ফরমান খালাম দি

$$\tan^{-1} \frac{1}{2} + \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\pi}{4}$$

2

3. Answer (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c) আৰু (d)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c) এবং (d)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এন্ড (c) আরো (d) নি ফিন হো :

(a) If

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

then find x and y such that $A^2 + xI = yA$.

2

যদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

তেন্তে x আৰু y নির্ণয় কৰাঁ যাতে $A^2 + xI = yA$.

(10)

যদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

তাহলে x এবং y নির্ণয় করো যাতে $A^2 + xI = yA$.

জুদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

 x আরো y খৌ থি খালাম জাহাথে $A^2 + xI = yA$.

- (b) If A and B are invertible matrices of the same order, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 2

যদি দুটা একে ঘাতৰ মৌলকক্ষ A আৰু B -ৰ প্ৰতিলোম হয়, তেনেহ'লে প্ৰমাণ কৰাঁ যে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

যদি দুটি একই ঘাতের মৌলকক্ষ A এবং B -এর প্ৰতিলোম থাকে, তাহলে প্ৰমাণ কৰো যে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

জুদি মোননৈ এখে ফাৰি ব্ৰিডল্‌থাখাংথাব থোঁসাজায়া A আরো B , অব্লা ফোৰমান খালাম দি $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Or / নাইবা / অথবা / এবা

- (c) Prove that the diagonal elements of a skew-symmetric matrix are zero. 2

প্ৰমাণ কৰাঁ যে বিঘম-সমমিত মৌলকক্ষৰ আটাইবোৰ বিকৰ্ণ মৌল শূন্য।

প্ৰমাণ কৰো যে বিঘম-সমমিত মৌলকক্ষের সবগুলি বিকৰ্ণ মৌল শূন্য।

ফোৰমান খালাম দি খেঁস্তা ফাৰিগ্ৰোব থোঁসাজাযনি খনাহাংখো গুদিথায়া লাথিখ'।

- (d) For what value of x

x -ৰ কি মানৰ বাবে

x -এৰ কোন্ মানের জন্য

x নি মা মাননি থাখায়

$$(x \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = (0)?$$

2

(11)

4. (a) Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$. Consider the function $f: A \rightarrow B$ defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$. Is f one-one and onto? Justify your answer. 4

ধৰা হ'ল $A = \mathbb{R} - \{3\}$ আৰু $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f: A \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$
ফলনটো লোৱা হ'ল। f ফলনটো একৈকী আৰু আচ্ছাদক হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ
যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰা।

ধৰা হলো $A = \mathbb{R} - \{3\}$ এবং $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f: A \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$
ফলনটি নেওয়া হলো। f ফলনটি একৈকী এবং আচ্ছাদক হবে কি? তোমার
উত্তরের যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰো।

হমনা লাৰায় $A = \mathbb{R} - \{3\}$ আৰু $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f: A \rightarrow B$,
 $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ মাৰথুনখৌ লানায় জাৰায়। f মাৰথুনা গুদিফা আৰু গুদিগ্ৰোব
নংগৌনা? নোঁনি ফিননাযখৌ জুক্তিজোঁ দিনথি।

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (b) Show that the relation R in the set $\mathbb{R}$ of real numbers, defined by $R = \{(a, b): a \leq b^2\}$, is neither reflexive, nor symmetric, nor transitive. 4

দেখুওৱাঁ যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbb{R}$ -অত সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ
 $R = \{(a, b): a \leq b^2\}$ প্ৰতিফলনীয় নহয়, প্ৰতিসম নহয়, সংক্ৰামকও নহয়।

দেখাও যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbb{R}$ -এ সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ $R = \{(a, b): a \leq b^2\}$
প্ৰতিফলনীয় নয়, প্ৰতিসম নয়, সংক্ৰামকও নয়।

দিনথি দি গুৰৈ অনজিমানি জথাই $\mathbb{R}$ আৰু সোমোনদোআ $R = \{(a, b): a \leq b^2\}$
ৰিফিনায় গৈয়ি, ফাৰিগ্ৰোব গৈয়ি, গুস্তায়াৰি নডি।

(12)

5. Find $\frac{dy}{dx}$ of the following (any two) :

2×2=4

তলৰ $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰা (যিকোনো দুটা) :

নিচের $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰো (যে-কোনো দুটি) :

गाहायनि $\frac{dy}{dx}$ दिहून (जायखिजाया मोननैनि) :

(i) $\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1$

(ii) $y = x^x$

(iii) $y = \sin^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right), 0 < x < 1$

6. (a) The volume of a cube is increasing at the rate of 9 cubic centimetres per second. How fast is the surface area increasing, when the length of an edge is 10 centimetres?

4

এটা ঘনৰ আয়তন প্ৰতি ছেকেণ্ডত ৯ ঘন ছেণ্টিমিটাৰ হাৰে বাঢ়ে। কি হাৰত পৃষ্ঠকালি বাঢ়ে উলিওৱা, যেতিয়া এটা দাঁতিৰ দৈৰ্ঘ্য ১০ ছেণ্টিমিটাৰ?

একটি ঘনকের আয়তন প্রতি সেকেন্ডে ৯ ঘন সেন্টিমিটার হাৰে বাড়ে। কী হাৰে পৃষ্ঠকালি বাড়ে বের কৰো, যখন একটি প্ৰান্তৰ দৈৰ্ঘ্য ১০ সেন্টিমিটাৰ?

মোনসে থামবথ' রোজাগাসৈনি মোনফ্রোম সেকেন্দাব ৯ থামবথ' সেনটিমিটার হাৰাব বাডো। মা হাৰাব বিখুঁ দব্লাইথি বাডো দিহুন জেব্লা মোনসে রুগুনি লাউথাইয়া ১০ সেনটিমিটার।

Or / নাইবা / অথবা / এবা

(b) Let I be any interval disjoint from $[-1, 1]$. Prove that the function f , given by $f(x) = x + \frac{1}{x}$, is strictly increasing on I .

4

ধৰা হ'ল I এটা অন্তৰাল আৰু ই $[-1, 1]$ ৰ লগত অসংযুক্ত। প্ৰমাণ কৰা যে,

$f(x) = x + \frac{1}{x}$ -অৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনটো I ত সতত বৰ্ধমান।

(13)

ধরা হলো I একটি অন্তরাল এবং এটি $[-1, 1]$ -এর সঙ্গে অসংযুক্ত। প্রমাণ করো

যে, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ -এর দ্বারা নির্দিষ্ট ফলনটি I তে সতত বর্ধমান।

হমনা লাভায় I আ মোনসে ইসিডারি দানখাবগ্ৰা আরো বেয়ো $[-1, 1]$ জোঁ নাঁজাবাখৈ।

ফোরমান খালাম দি, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ জোঁ থিখানায মাৱথুনা I আব থোজোডৈ বাডো।

7. (a) Evaluate (any two) :

2×2=4

মান নির্ণয় কৰাঁ (যিকোনো দুটা) :

মান নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

মান দিহুন (জাযখিজাযা মোননৈ) :

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

(ii) $\int \tan^4 x \, dx$

(iii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

Or / নাইবা / অথবা / এৱা

(b) Show that $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, if f and g are defined as $f(x) = f(a-x)$ and $g(x) + g(a-x) = 4$. 4

দেখুওৱাঁ যে $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, যদি f আৰু g -ক $f(x) = f(a-x)$ আৰু $g(x) + g(a-x) = 4$ -অৰ বাবে সংজ্ঞায়িত কৰা হয়।

দেখাও যে $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, যদি f এবং g -কে $f(x) = f(a-x)$ এবং $g(x) + g(a-x) = 4$ -এৰ দ্বাৰা সংজ্ঞায়িত কৰা হয়।

দিনথি দি $\int_0^a f(x) \cdot g(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$, জুদি f আরো g খৌ $f(x) = f(a-x)$ আরো $g(x) + g(a-x) = 4$ নি থাখায় ফোৰমায়নায জাযো।

(14)

8. (a) Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 4

অনুকলনৰ সহায়ত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

অনুকলনৰ সাহায্যে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্ত বেষ্টিত ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰো।

সানন্স'নায় বাহাখনানৈ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ লাখনি দৰ্শাইথি দিহুন।

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (b) Find the area bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$. 4

$x = 0$ আৰু $x = 2\pi$ -ৰ মাজত $y = \cos x$ বক্ৰৰে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

$x = 0$ এবং $x = 2\pi$ -এৰ মध्ये $y = \cos x$ বক্ৰ দ্বাৰা বেষ্টিত ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰো।

$y = \cos x$ বোহাংখোআ $x = 0$ আরো $x = 2\pi$ নি গেজেৰাব আবগ্ৰিনা থানায় জায়গানি দৰ্শাইথি দিহুন।

9. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

- (a) If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, then find a unit vector in the direction of $\vec{a} - \vec{b}$. 2

যদি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ আৰু $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, তেন্তে $\vec{a} - \vec{b}$ -ৰ দিশত এটা একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(15)

যদি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, তাহলে $\vec{a} - \vec{b}$ -এর দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো।

যদি $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ আরো $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$, অত্ৰা $\vec{a} - \vec{b}$ ফাৰসে মনসে গৱথি ভেক্টৰ দিহুন।

(b) For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, show that $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$. 2

যিকোনো দুটা ভেক্টৰ $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ -ৰ বাবে দেখুওৱাঁ যে $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$.

যে-কোনো দুটি ভেক্টর $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ -এর জন্য দেখাও যে $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$.

জাযখিজাযা মননৈ ভেক্টৰ $\vec{a}$ আরো $\vec{b}$ নি থাখায় দিনথি দি $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$.

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(c) Let $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.

Find a vector $\vec{d}$, which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$, and $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$. 4

ধৰা হ'ল $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ আৰু $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.
 $\vec{d}$ ভেক্টৰটো $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ উভয়ৰে ওপৰত লম্ব আৰু $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$ হ'লে $\vec{d}$ উলিওৱাঁ।

ধৰা হলো $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.
 $\vec{d}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ উভয়ের উপরে লম্ব এবং $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$ হলে $\vec{d}$ বের করো।

হমনা লাৰায় $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ আরো
 $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. $\vec{d}$ ভেক্টরা $\vec{a}$ আরো $\vec{b}$ নি সাযাব থোঁগোঁ আরো $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$
জাযোল্লা $\vec{d}$ খৌ দিহুন।

10. (a) If θ is the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$, and $\hat{a} + \hat{b}$ is a unit vector, then find θ . Also find $|\hat{a} - \hat{b}|$. 2+2=4

$\hat{a}$ আৰু $\hat{b}$ দুটা একক ভেক্টৰ আৰু θ সিহঁতৰ মাজৰ কোণ। যদি $\hat{a} + \hat{b}$ এটা একক ভেক্টৰ হয়, তেন্তে θ নির্ণয় কৰাঁ। লগতে $|\hat{a} - \hat{b}|$ -ৰ মান নির্ণয় কৰাঁ।

(16)

$\hat{a}$ এবং $\hat{b}$ দুটি একক ভেক্টর ও θ ওদের মাঝের কোণ। যদি $\hat{a} + \hat{b}$ একটি একক ভেক্টর হয়, তাহলে θ নির্ণয় করো। এর সঙ্গে $|\hat{a} - \hat{b}|$ -এর মান নির্ণয় করো।

$\hat{a}$ আরো $\hat{b}$ মোননৈ গোরথি ভেক্টর আরো θ আ বেসোরনি গেজেরনি খনা। জুদি $\hat{a} + \hat{b}$ আ মোনসে গোরথি ভেক্টর জায়ো, অবলা θ খৌ দিহুন। লোগোসে $|\hat{a} - \hat{b}|$ নি মানখৌ দিহুন।

Or / নাইবা / অথবা / এবা

(b) Find the foot of the perpendicular from the point (1, 6, 3) to the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$. 4

(1, 6, 3) বিন্দুর পৰা $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ রেখার ওপৰত টনা লম্বৰ পাদবিন্দু নির্ণয় কৰা।

(1, 6, 3) বিন্দুৰ থেকে $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ রেখাৰ উপৰে টনা লম্বৰ পাদবিন্দু নির্ণয় কৰো।

(1, 6, 3) বিনদোনিফ্রায় $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ হাংখোনি সায়াব বোনায থোগোর গুদিবিনদোখৌ দিহুন।

11. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এর উত্তর কৰো :

(a) আরো (b) এবা (c) নি ফিননায হো :

(a) Find the angle between any two diagonals of a cube. 3

ঘনক (cube) এটাৰ যিকোনো দুডাল কৰ্ণৰ মাজৰ কোণ নির্ণয় কৰা।

একটি ঘনকের (cube) যে-কোনো দুটি কৰ্ণের মাঝের কোণ নির্ণয় কৰো।

থামবথ' (cube) মোনসেনি জায়খিজায়া দোঁনৈ খনাহাংখোনি গেজেরনি খনাখৌ দিহুন।

(17)

- (b) If a line makes angles 90° , 135° , 45° with the x -axis, y -axis and z -axis respectively, find its direction cosines. 1

যদি এডাল ৰেখাই x -অক্ষ, y -অক্ষ আৰু z -অক্ষৰ সৈতে যথাক্ৰমে 90° , 135° আৰু 45° কোণ উৎপন্ন কৰে, ইয়াৰ দিশাংকবোৰ উলিওৱাঁ।

যদি একটি রেখা x -অক্ষ, y -অক্ষ এবং z -অক্ষের সঙ্গে যথাক্ৰমে 90° , 135° এবং 45° কোণ উৎপন্ন কৰে, এর দিশাংকগুলি বের কৰো।

জুদি দৌঁসে হাংখোআ x -বিথ', y -বিথ' আরো z -বিথ'জোঁ ফাৰিয়ৈ 90° , 135° , 45° নি খনা সোমজিহোয়োল্লা, বেনি থোঁ কসাइनखौ दिहून।

Or / নাইবা / অথবা / एवा

- (c) Find the distance between the two parallel lines given by

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{and } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

4

দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ সমীকৰণ দুটা যথাক্ৰমে

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{আৰু } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

হ'লে, সিহঁতৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱাঁ।

দুটি সমান্তরাল রেখার সমীকরণ দুটি যথাক্ৰমে

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{এবং } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

হলে, ওদের মাঝখানের দূরত্ব বের কৰো।

দৌঁনৈ লিগ হাংখোনি বুংফুরলুবা ফাৰিয়ৈ

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{আরো } \vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

জাযোল্লা বিসোরনি গেজেরনি জানথাइखौ दिहून।

(18)

12. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

(a) If E and F be any events of a sample space S , prove that $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, where E' is the complementary event of the event E . 2

যদি E আৰু F কোনো পৰীক্ষাৰ প্ৰতিদৰ্শ স্থান S -অৰ সৈতে জড়িত দুটা ঘটনা হয়, প্ৰমাণ কৰা যে $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, য'ত E' হৈছে E ঘটনাৰ পূৰক ঘটনা।

যদি E এবং F কোনো পৰীক্ষাৰ নমুনা স্থান S -এৰ সপক্ষে জড়িত দুটি ঘটনা হয়, তাহলে প্ৰমাণ কৰো যে $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, যেখানে E' হচ্ছে E ঘটনাৰ পূৰক ঘটনা।

জুদি हमनानै लाबाय E आरु F आ मोनसे जाथाइनि नमुना हायुं S जौ सोमोनदो गोनां मोननै जाथाइ, अब्ला फोरमान खालाम दि $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, जेराव E' आ जादौ E जाथाइनि जाफुं जाथाइ।

(b) If $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, then find $P(A|B)$. 2

যদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ আৰু $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, তেন্তে $P(A|B)$ নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, তাহলে $P(A|B)$ নিৰ্ণয় কৰো।

जुदि $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ आरु $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, अब्ला $P(A|B)$ खौ दिहनु।

(19)

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(c) The probabilities of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively.

If both try to solve the problem independently, then find the probability that—

(i) the problem is solved;

(ii) exactly one of them solves the problem. 2+2=4

A আৰু B-য়ে এটা বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল ক্ৰমে $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{1}{3}$. যদি সমস্যাটো সমাধানৰ বাবে উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা কৰে, তেন্তে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা য়াতে—

(i) সমস্যাটোৰ সমাধান হয়;

(ii) তেওঁলোকৰ ঠিক এজনে (exactly one of them) সমস্যাটোৰ সমাধান আগবঢ়ায়।

A এবং B-এৰ দ্বাৰা একটি বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল যথাক্ৰমে $\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{3}$. যদি সমস্যাটি সমাধানৰ জন্য উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা কৰে, তাহলে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰো যেখানে—

(i) সমস্যাটিৰ সমাধান হয়;

(ii) তাদেৰ মध्ये ঠিক একজন সমস্যাটি সমাধানৰ চেষ্টা কৰে।

A আরো B আ मोनसे जर'खा जेना गावबा गाव मावफुंथाइ खालामनायनि जाथावनाया फारियै $\frac{1}{2}$ आरो $\frac{1}{3}$. जुदि जेनाखौ मावफुंथाइ खालामनो सानैबो गावबा गाव नाजायो, अब्ला जाथावनाखौ थि खालाम जाहाथे—

(i) जेनाया मावफुं जायो;

(ii) बिसोरनि सासेयाल' (exactly one of them) जेनानि मावफुंथाइ होनो हाबाय।

(20)

13. (a) There are three coins. One is two-headed coin (having head on both faces), another is a biased coin that comes up head 75% of the time and third is an unbiased coin. One of the three coins is chosen at random and tossed, it shows head. What is the probability that it is the two-headed coin?

4

তিনিটা মুদ্রাৰ এটা দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট (দুয়ো পিঠিত মুণ্ড থকা), দ্বিতীয়টো বিষম গাঠনিক যাব টহু কাৰ্যত 75% মুণ্ড প্ৰাপ্ত হয় আৰু তৃতীয়টো নিখুঁত গাঠনিক। যাদৃচ্ছিকভাৱে মুদ্রা তিনিটাৰ এটা নিৰ্বাচন কৰি টহু কৰাত মুণ্ড পোৱা গ'ল। মুদ্রাটো দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

তিনিটা মুদ্রাৰ একটা দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট (দুই পৃষ্ঠে মুণ্ড থকা), দ্বিতীয়টি বিষম গাঠনিক যাব টস কাৰ্যে 75% মুণ্ড প্ৰাপ্ত হয় এবং তৃতীয়টি নিখুঁত গাঠনিক। যাদৃচ্ছিকভাৱে মুদ্রা তিনিটাৰ একটা নিৰ্বাচন কৰে টস কৰায় মুণ্ড পোৱা গেল। মুদ্রাটি দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কতো ?

মোনথাম খাবৰিনি মোনসেয়া মোননৈ খৰ' গোনা (খাবৰিনি ফাৰনৈথিৰো খৰ' থানায়), নৈথিয়া লেমনায় জাযখৌ টস খালামনায়াব 75% খৰ' নুজায়ো আরো থামথিয়া লেমনায় গৈয়ি খাবৰি। বেনি মোনসেখৌ সাযখল'না টস খালামনায় জাৰায় আরো খৰ' মোননো হাৰায়। খাবৰিয়া খৰ' মোননৈ গোনা জানায়নি জাথাবনায় বেসেবা?

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

- (b) An instructor has a question bank consisting 300 easy True/False questions, 200 difficult True/False questions, 500 easy multiple choice questions and 400 difficult multiple choice questions. If a question is selected at random from the question bank, what is the probability that it will be an easy question given that it is a multiple choice question?

4

এজন পৰীক্ষকৰ হাতত 300টা সহজ সঁচা/মিছা ধৰণৰ, 200টা কঠিন সঁচা/মিছা ধৰণৰ, 500টা সহজ বহুবিকল্পযুক্ত (multiple choice) আৰু 400টা কঠিন বহুবিকল্পযুক্ত প্ৰশ্নৰ এখন প্ৰশ্নকোষ (question bank) আছে। প্ৰশ্নকোষৰ পৰা এটা প্ৰশ্ন যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰিলে প্ৰশ্নটো সহজ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান যদি ই এটা বহুবিকল্পযুক্ত প্ৰশ্ন বুলি ইতিমধ্যে জনা যায় ?

(21)

একজন পরীক্ষকের হাতে 300টি সহজ সত্য/মিথ্যা ধরনের, 200টি কঠিন সত্য/মিথ্যা ধরনের, 500টি সহজ বহুবিকল্পযুক্ত (multiple choice) এবং 400টি কঠিন বহুবিকল্পযুক্ত প্রশ্নের একটি প্রশ্নকোষ (question bank) আছে। প্রশ্নকোষের থেকে একটি প্রশ্ন যাদৃচ্ছিকভাবে বের করলে প্রশ্নটি সহজ হওয়ার সম্ভাব্যতা কত যদি এটি একটি বহুবিকল্পযুক্ত প্রশ্ন বলে ইতিমধ্যে জানা যায়?

সাংসে আনজাদ লাগিরিনি আখাওয়াব 300 গোরলৈ গেৰে/গোৱোনথি দিনথিনায়, 200 গোল্লাব গেৰে/গোৱোনথি দিনথিনায়, 500 গোরলৈ বাঁ মিজিৰ (multiple choice) আরো 400 গোল্লাব বাঁমিজিৰ সোঁথিনি গাংসে সোঁথিমাল্লা (question bank) দং। সোঁথিমাল্লানিফ্রায় মোনসে সোঁথিসাযল্ল'ব্লা সোঁথিয়া গোরলৈ জানায়নি জাথাবনায়া বেসেবাঁ জিডু বেখৌ মোনসে বাঁমিজিৰ সোঁথি হোননাই মিথিমারনায় জায়ো?

14. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায় হো :

(a) If

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

and I is the identity matrix of order 2, then show that

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

4

যদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

আৰু I এটা 2 ঘাতৰ অভেদ মৌলকক্ষ, তেন্তে দেখুওৱাঁ যে

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

(22)

যদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

এবং I একটি 2 ঘাতের অভেদ মৌলিক হয়, তাহলে দেখাও যে

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

জুদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

আরো I আ ফারি 2 নি সিনায়থি থোসাজায়, দিনথি দি

$$I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

(b) If

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

then find the values of x and y .

2

যদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

তেন্তে x আৰু y -ৰ মান নির্ণয় কৰা।

(23)

যদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

তাহলে x এবং y -এর মান নির্ণয় করো।

জুদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$$

অবলা x আরো y নি মান দিহুন।**Or / নাইবা / অথবা / এবা**

(c) Using matrix, solve the following system of linear equations :

6

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিতে তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সমাধান কৰাঁ :

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিতে নিচের সমীকরণ প্ৰণালীৰ সমাধান কৰো :

খোঁসাজায় বাহাযনানৈ গাহাযনি হাংখোথাই সমানথাইখৌ মাবফুংথাই খালাম :

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5$$

$$2x - y + 3z = 12$$

15. Answer (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c) আৰু (d)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c) এবং (d)-এর উত্তর করো :

(a) আরো (b) এবা (c) আরো (d) নি ফিননায় হো :

(a) Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

is continuous at $x = 3$.

3

(24)

f ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে :

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & \text{যদি } x \leq 3 \\ bx+3, & \text{যদি } x > 3 \end{cases}$$

ফলনটো $x = 3$ -ত অবিচ্ছিন্ন হ'লে a আৰু b -ৰ মাজৰ সম্বন্ধ উলিওৱা।

f ফলনৰ সংজ্ঞা এধৰনে দেওয়া আছে :

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & \text{যদি } x \leq 3 \\ bx+3, & \text{যদি } x > 3 \end{cases}$$

ফলনটি $x = 3$ -তে অবিচ্ছিন্ন হলে a এবং b -এৰ মধ্য সম্বন্ধ বের কৰো।

f मावथुननि बुंफोरथिखौ औरै होनाय दं :

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & \text{जुदि } x \leq 3 \\ bx+3, & \text{जुदि } x > 3 \end{cases}$$

मावथुना $x = 3$ आव लिनथि जायोब्ला a आरो b नि गेजेरनि सोमोनदोखौ दिहुन।

(b) If $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, then show that $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$. 3

যদি $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, দেখুওৱা যে $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

যদি $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, দেখাও যে $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

জুদি $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$, दिनथि दि $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$.

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(c) If $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, then show that

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

where A and B are any constants.

4

(25)

যদি $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, দেখুওঁ যাে

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

য'ত A আৰু B দুটা যিকোনো ধ্ৰুৱক।

যদি $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, দেখাও যাে

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

যেখানে A এবং B দুটি যে-কোনো ধ্ৰুৱক।

জুদি $y = A \cos(\log x) + B \sin(\log x)$, দিনথি দি

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

জেরাব A আরো B মোননৈয়া জায়খিজায়া থাদোম।

(d) Find the value of k so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$.

2

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুত f ফলন অবিচ্ছিন্ন হ'লে k -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{যদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(26)

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে f ফলন অবিচ্ছিন্ন হলে k -এর মান নির্ণয় কৰো, যেখানে

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{যদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে f মাৱথুনা লিনশ্রি জাযোব্লা k নি মানখৌ দিহুন, জেরাৱ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{\pi - 2x}, & \text{যদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

16. (a) Find the local maximum and local minimum values of the function f given by $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$. 6

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ -অৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা।

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ -এৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ এবং স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান বের কৰো।

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ জোঁ থি মাৱথুননি জাযগাযাৰি বাঁসিনথা আরো জাযগাযাৰি হাযসিনথানি মান দিহুন।

Or / নাইবা / অথবা / এৱা

- (b) A rectangular piece of tin 45 cm by 24 cm is to be made into a box without top, by cutting off squares from each corner and folding up the flaps. What should be the side of the square to be cut off so that the volume of the box is the maximum possible? 6

এখন আয়তাকাৰ টিনৰ পাতৰ জোখ 45 ছেমি. $\times$ 24 ছেমি.। প্রতিটো কোণৰ পৰা একোটা বৰ্গ কাটি আৰু ভাঁজ কৰি এটা বাকচ গঠন কৰা হ'ল আৰু বাকচটোৰ ওপৰৰ অংশটো নাই। কাটিবলগীয়া বৰ্গটোৰ প্রতি বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'লে বাকচটোৰ আয়তন গৰিষ্ঠ হ'ব?

(27)

একটি আয়তাকার টিনের পাতের মাপ 45 সে.মি. $\times$ 24 সে.মি.। প্রতিটি কোণের থেকে একটি বর্গ কেটে ও ভাঁজ করে একটি বাক্স গঠন করা হলো এবং বাক্সটির উপরের অংশটি নেই। কেটে নেওয়া বর্গটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত হলে বাক্সটির আয়তন গরিষ্ঠ হবে?

গংসে আয়ত মहरनि तिननि लाउथाइया 45 से. मि. आरो गुवारा 24 से. मि.। मोनफ्रोमबो खनानिफ्राय मोनफा बर्ग दाननानै आरो थननानै मोनसे बागसु बानायनाय जाबाय आरो बागसुनि सानि खोबग्राया गैया। दाननोगोनां बर्गनि मोनफ्रोम आखानथिनि लाउथाइया बेसेबां जायोब्ला बागसुनि रोजागासैया गोरोबगोन?

17. Evaluate (any two) :

3 $\times$ 2=6

মান নির্ণয় করাঁ (যিকোনো দুটা) :

মান নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

মান দিহুন (জাযখিজায়া মোননৈ) :

(i) $\int x^3 e^{x^2} dx$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{7-6x-x^2}}$

(iii) $\int \sin 2x \cdot \cos 3x dx$

18. Solve the following differential equations (any two) : 3 $\times$ 2=6

তলৰ অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান উলিওৱাঁ (যিকোনো দুটা) :

নিচের অবকল সমীকরণের সমাধান বের করো (যে-কোনো দুটি) :

গাহायनि सानखि समानथाइखौ मावफुंथाइ खालाम (जायखिजाया मोननै) :

(i) $y \frac{dy}{dx} = xy + x + y + 1$

(ii) $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$

(28)

(iii) $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, given $y = 0$, when $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, দিয়া আছে $y = 0$, যেতিয়া $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, দেওয়া আছে $y = 0$, যখন $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$, হোনায দং $y = 0$, জেব্লা $x = \frac{\pi}{3}$

19. Answer (a) and (b) or (c) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c)-এৰ উত্তৰ কৰো :

(a) আরো (b) এৰা (c) নি ফিননায হো :

(a) If $\hat{a}$ and $\hat{b}$ be two unit vectors inclined at an angle θ , prove that $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$. 3

যদি θ দুটা একক ভেক্টৰ $\hat{a}$ আৰু $\hat{b}$ -অৰ মাজৰ কোণ হয়, প্রমাণ কৰাঁ যে $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

যদি θ দুটি একক ভেক্টর $\hat{a}$ এবং $\hat{b}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ হয়, প্রমাণ কৰো যে $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

জুদি θ , $\hat{a}$ আরো $\hat{b}$ আ মোননৈ গোরথি থিংথাইনি গেজেরনি খনা, ফোরমান খালাম দি $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$.

(b) In a bank, principal increases continuously at the rate $r\%$ per year. Find the value of r if ₹100 doubles itself in 10 years. ($\log_e 2 = 0.6931$) 3

বেংক এটাত বছৰি $r\%$ হাৰে অবিৰতভাৱে মূলধন বৃদ্ধি হয়। যদি 100 টকা 10 বছৰত ইয়াৰ দ্বিগুণ হয়, তেন্তে r -অৰ মান উলিওৱাঁ। ($\log_e 2 = 0.6931$)

(29)

একটি ব্যাংকে বছরে $r\%$ হারে অবিরতভাবে মূলধন বৃদ্ধি হয়। যদি 100 টাকা 10 বছরে এর দ্বিগুণ হয়, তাহলে r -এর মান নির্ণয় করো।
($\log_e 2 = 0.6931$)

বैंक मोनसेनि बोसोरि $r\%$ हाराव आसोला लानध्रियै बाडो। जुदि 100 राडा 10 बोसोराव फाननै जायो, अब्ला r नि मान दिहुन। ($\log_e 2 = 0.6931$)

Or / নাইবা / অথবা / एबा

- (c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ and}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$$

6

দুডাল বেখাৰ হ্ৰস্বতম দূৰত্ব উলিওৱাঁ যদি বেখা দুডালৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ দুটা ক্ৰমে

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ আৰু}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k} \text{ হয়।}$$

দুটি রেখার হ্রস্বতম দূরত্ব বের করো যদি রেখা দুটির ভেক্টর সমীকরণ দুটি ক্রমে

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ এবং}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k} \text{ হয়।}$$

दोनै हांखोनि गुसुंसिन जानथाइखौ दिहुन जुदि हांखोनि भेक्टर समानथाइ मोननैया फारियै

$$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k} \text{ आरो}$$

$$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$$

20. (a) Solve the following linear programming problem graphically :

6

$$\text{Minimize } Z = 10(x - 7y + 190)$$

subject to the constraints

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(30)

নিম্নোক্ত বৈখিক প্র'গ্রেমিং সমস্যাটোৰ লৈখিক সমাধান কৰাঁ :

$$Z = 10(x - 7y + 190) \text{-অব}$$

সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱাঁ, য'ত চলক x আৰু y -ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

নিচের বৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটির লৈখিক (graphically) সমাধান করো :

$$Z = 10(x - 7y + 190) \text{-এর}$$

সৰ্বনিম্ন মান বের কৰো, যেখানে চলক x এবং y -এর সীমাবদ্ধতাসমূহ হলো

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

গাহায়নি হাংখোথাই ফাৰিবিথোনাৰি জেনাখৌ খাৰখৌলুথাইনি মদদজোঁ মাৰুংখোথাই
খালাম :

$$Z = 10(x - 7y + 190) \text{নি}$$

দুইসিনি মান দিহুন, জেৰাব আয়দা x আরো y নি হেঁথাইফোৰা জাদোঁ

$$x + y \leq 8$$

$$x \leq 5$$

$$y \leq 5$$

$$x + y \geq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Or / নাইবা / অথবা / এৰা

(b) Determine graphically the minimum value of the objective function

$$Z = -50x + 20y$$

(31)

subject to the constraints

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

6

উদ্দিষ্ট ফলন

$$Z = -50x + 20y$$

সর্বনিম্ন মান উলিওরা, য'ত x আৰু y -ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

উদ্দিষ্ট ফলন

$$Z = -50x + 20y$$

সর্বনিম্ন মান বের কৰো যেখানে x এবং y -এৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হলো

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

থাখিথা মাথথুন

$$Z = -50x + 20y$$

বয়নিখুই দুইসিন মান দিহুন, জেরাব x আরো y নি হেঁথাইফোৰা জাদোঁ

$$2x - y \geq -5$$

$$3x + y \geq 3$$

$$2x - 3y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

26C